

Wie beweegt wordt korter, leeft langer en levert daarenboven meer energie

## 1 Contents

1.	Wat is een Inductantie of een Spoel ? .....	1
1.1	Wat heb ik op school geleerd ? .....	3
1.2	De Relativiteit wat nader bekeken. ....	6
1.3	De fysische betekenis van een spoel .....	12
1.4	Voor de liefhebbers van de oude tijd. ....	16
1.4.1	De Wet van Coulomb.....	16
1.4.2	De Bli en Bqv regel en de wet van Biot & Savart .....	17
1.4.3	De zelfinductie .....	18
1.5	Besluit .....	19

## 1. Wat is een Inductantie of een Spoel ?

Het is de bedoeling om aan te tonen dat

$$L = \frac{\mu \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot d} \quad \text{ofwel}$$
$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{d}$$

Hierin is  $N$  het aantal windingen,  $L$  de totale lengte van de draad, en  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  een constante welke afhankelijk is van het materiaal waarom de draad gewonden is. Hierin is  $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} [H/m]$ .

Magnetisme uit leggen is niet zo gemakkelijk. Dit is een heel ander verhaal dan wat is een capaciteit.

Zoals niemand weet wat eigenlijk kracht en lading is, maar wat men toch enigszins kan aanvoelen, zo is magnetisme ook een van die eigenaardige zaken, maar magnetisme is wel te verklaren.

Maar magnetisme is alleen maar te verklaren met de relativiteit theorie van Einstein. Het is dus een verschijnsel dat waargenomen wordt als er iets met een zekere snelheid beweegt ten overstaan van een ander (stilstaand referentie) element.

En hetgeen wat beweegt zijn de elektronen in een geleider ten opzichte van de protonen die vast blijven staan in het rooster van de koperdraad.

Nu weten we dat in ons normaal leven de relativiteit theorie weinig invloed uitoefent, temeer omdat men enig verschil eerst begint te ontwaren wanneer men spreekt over snelheden dicht bij de snelheid van het licht. ( $c = 300.000 \text{ km / s}$ ). Deze fameuze factor die het verschil laat zien tussen de normale beweging formules van Newton en de gecorrigeerde formule van Einstein is bijvoorbeeld voor de waargenomen lengte van een draad in beweging ( $L_b$ ) tegenover die zelfde draad in stilstand ( $L_0$ ) gelijk aan:

$$L_b = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ ofwel het verschil in lengte bedraagt}$$

$$\Delta L = L_0 \frac{v^2}{c^2} \text{ (Wat we verder in dit document gaan trachten te bewijzen.)}$$

en vult men in deze formule  $v = 1 \text{ mm/s}$  en  $c = 300.000 \text{ km / s}$  in dan zal  $L_b$  verkort zijn met een lengte van

$$\Delta L = 1m \frac{0.001^2 m^2}{(3.10^8)^2 m^2}$$

$$\Delta L = \frac{1}{3} \times 10^{-12} m$$

ofwel

$$\Delta L = \frac{1}{3} \times 10^{-9} mm$$

Maar je moet een genie als Einstein zijn om in te zien omdat er per  $mm^3$  er ook enorm veel elektronen zijn namelijk ongeveer  $9 \times 10^{22}$  er daardoor toch een behoorlijk aantal elektronen op overschot zijn, die op hun beurt een aantrekkingskracht uitoefenen op een naburige draad.

Veronderstellen we een draaddikte van  $1 \text{ mm}^2$  dan zijn er over een draadlengte van  $1 \text{ mm}$  ongeveer  $9 \times 10^{22}$  elektronen, en dus het aantal elektronen in dit stukje  $\Delta L$  is dan

$$\Delta L \times 9 \times 10^{22} / mm = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \times 9 \times 10^{22} = 3 \times 10^{13} \text{ elektronen}$$

wat een behoorlijk getal is en een aanzienlijke kracht kan uitoefenen.

Maar vooraleer we verder gaan trachten we eerst te bewijzen waarom  $\Delta L = L_0 \frac{v^2}{c^2}$ .

Hiervoor moeten we beroep doen op de relativiteit theorie van Einstein.

## 1.1 Wat heb ik op school geleerd ?

De Lorentztransformatie ( volgens Natuurkunde voor het THO door Ir.B van Buuren & J.A. de Jong)

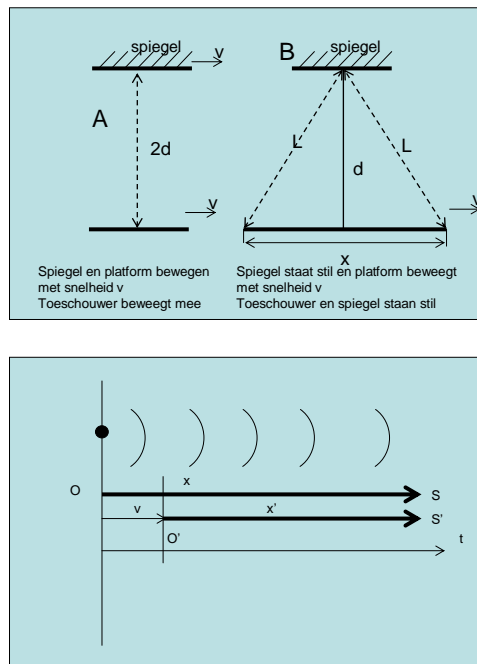


fig. 1

Stel dat men een lichtstraal uitzendt vanaf punt  $x_1$  op tijdstip  $t_1$  en men op een afstand  $x_2$  de tijd  $t_2$  meet op het ogenblik dat de lichtstraal daar voorbij komt zoals te zien is in **fig. 1b**. Vermits de snelheid van het licht gelijk is aan  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  is  $c = \Delta L / \Delta t$  of meer specifiek

$$t_2 - t_1 = (x_2 - x_1) / c$$

Wanneer de afstand  $\Delta L$  zich op zijn beurt met een snelheid  $v$  voortbeweegt is volgens de klassieke methode  $\Delta t = \Delta L / (c - v)$ . Maar volgens Einstein kan dat niet omdat er niets sneller kan gaan dan de snelheid  $c$  en blijft  $\Delta t = \Delta L / c$ . Er is dus een discrepantie tussen de klassieke manier van Newton en het denken volgens Einstein.

Dit is het *dogma* van de relativiteit.

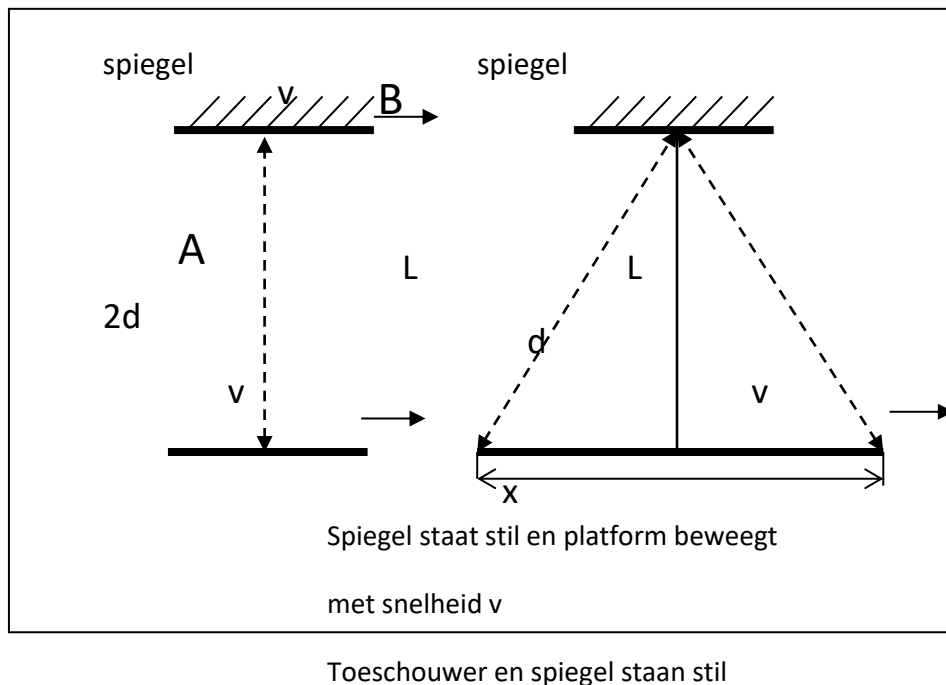
Je aanvaard het als een geloofsovertuiging. Je gelooft erin en zolang er geen bewijs bestaat dat dit *dogma* tegensprekt kunnen we erin blijven geloven. Maar verstaan, begrijpen waarom dit zo is weten we niet. Geleerden als Maxwell en Einstein en nog vele anderen die experimenten hebben uitgeoefend kwamen tot de *conclusie* dat er niets sneller gaat dan het licht. Maar begrijpen doen ze niet. Niemand

begrijpt dit ! (Maar geen enkele leraar in heel mijn opleiding op het college of in de hogeschool heeft ooit durven zeggen dat *hij* het niet begreep !!!!)

Laten we de probleemstelling eens schetsen wat relativiteit eigenlijk is, zoals getekend in **fig. 1a**

Wanneer een jongen op een rijdend platform een bal loodrecht naar boven gooit tot een hoogte  $d$  en terug opvangt, dan zal volgens die jongen de bal een afstand hebben afgelegd van  $2d$ . Maar volgens een toeschouwer langs de weg die dus stilstaat ten opzichte van het voorbijrijdend platform ziet deze dat de bal een parabolische curve heeft gemaakt met als hoogste punt van deze curve het zelfde punt  $d$ . Maar een curve is steeds groter dan een rechte lijn, er is dus een relatief verschil tussen hetgeen de jongen op het platform ziet en de toeschouwer langs de weg. Dit is volledig verklaarbaar met onze gekende wetten van Newton en translatie verschuivingen in een assenstelsel  $x,y$  volgens de  $x$  richting.

Maar veronderstel dat we hetzelfde experiment uitvoeren maar nu met een lichtstraal.



**fig. 2**

De jongen op het platform die zich voortbeweegt met een snelheid  $v$  schiet een lichtstraal recht naar boven tegen een spiegel op een hoogte  $d$  en meet de tijd  $t'$  die nodig is voor de lichtstraal om heen en weer te komen. Vermits  $v = L/t$  en we hier aannemen dat  $v = c$  de snelheid van het licht, en  $L = 2d$  kunnen we dus schrijven dat  $c = 2d/t'$  ofwel

$t' = 2d/c$  of iets anders geschreven

$$t' = \frac{2}{c} \sqrt{d^2} \quad (1)$$

Maar voor de toeschouwer blijkt dat de straal een afstand  $x$  verder is terechtgekomen en heeft in tussentijd een afstand  $2L$  afgelegd. Gedurende de tijd  $t$  die de toeschouwer heeft gemeten.

Nu is volgens de stelling van Pythagoras  $L^2 = (x/2)^2 + d^2$  of ook

$$2L = \frac{2}{c} \sqrt{d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

en vermits hier ook  $c = 2L/t$  ofwel  $c \cdot t = 2L$  volgt dat

$$t = 2 \sqrt{d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \quad (2)$$

Delen we (2) / (1) dan bekomen we

$$\frac{t}{t'} = \frac{\frac{2}{c} \left( \sqrt{d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \right)}{\frac{2}{c} \sqrt{d^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{x}{2d}\right)^2}$$

Maar vermits  $x = v \cdot t$  en  $2d = c \cdot t'$  volgt dat

$$\frac{t^2}{t'^2} = 1 + \left(\frac{vt}{ct'}\right)^2$$

ofwel

$$\frac{t^2}{t'^2} - \left(\frac{vt}{ct'}\right)^2 = 1 \quad \text{en na wat vereenvoudiging}$$

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3)$$

We kunnen dit tijdsverschil ook toepassen op een lengte afstand immers als

$$\frac{L}{v} = \frac{\frac{L'}{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

algemeen  $t = L/v$  en  $v$  is constant dan zal

$$L = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

Vermits

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$$

volgt dat  $L$  (volgens het stilstaand frame)

steeds groter is dan  $L'$  (volgens het bewegend frame) of andersom, een lijnstuk dat zich beweegt ( $L'$ ) is steeds kleiner dan een stilstaand lijnstuk ( $L$ ). In welke richting het beweegt blijkt van geen belang, immers

$$(+v)^2 = (-v)^2 = v^2 .$$

## 1.2 De Relativiteit wat nader bekeken.

Dit hoofdstuk is zeer moeilijk te begrijpen en kan overgeslagen worden als men het uiteindelijk resultaat

aanvaard dat  $\Delta L = L \frac{v^2}{c^2}$ .

Laten we dit zelfde experiment nu nog eens uitvoeren maar nu beschouwen we niet een lichtstraal dat naar boven wordt geschoten naar een spiegel, maar wel een lichtstraal dat volgens de beweging van  $v$  dus in de richting van de x-as, zoals getekend in **fig. 1b**, wordt uitgezonden op het ogenblik dat het einde van het platform precies voorbij de toeschouwer passeert, en dat we op een afstand  $x$  van voor op het platform, maar ook verder op de x-as verwijderd van de toeschouwer, de tijd  $t$  meten wanneer de lichtstraal daar aankomt.

Maar ook de jongen op het voorbijrijdend platform staat op een afstand  $x'$  welke samenvalt op dat ogenblik met de afstand  $x$  dat de toeschouwer ziet op dat ogenblik dat ook de lichtstraal wordt uitgezonden .

Ook de jongen meet op zijn platform de tijd  $t'$  wanneer de straal in zijn bewegende positie aankomt .

Laten we dit nauwkeuriger bekijken om dit verschil te kunnen uitdrukken hoeveel dit bedraagt.

We noemen het voorbijrijdend platform  $S'$  dat zich beweegt met een snelheid  $v$  ten opzichte van een stelsel  $S$ , het stilstaand gebied waar de toeschouwer staat. langs de  $x$ -as (zoals te zien in fig 9b) zal de afstand  $x$  (op de grond) gelijk zijn aan de afstand  $x'$  (op het platform) op het ogenblik dat de straal wordt uitgezonden in punt  $O$  naar  $P$ .

Op een zekere afstand van  $O$  namelijk in punt  $P$  wordt de afstand bepaald op het ogenblik dat de lichtstraal daar aankomt.

Men laat  $P$  meebewegen met het stelsel  $S'$ . Het tijdstip dat het lichtsignaal het punt  $P$  bereikt wordt door de waarnemer in  $S'$  bepaald op  $t'$ . Daar  $P$  met  $S'$  meebeweegt is de afstand  $O'P$  voor de jongen in  $S'$  steeds  $x'$  gebleven. Volgens de jongen in  $S'$  is

$$x' = c \cdot t' \quad (5)$$

In stelsel  $S$  is de afstand  $x_2 - x_1 = c (t_2 - t_1)$  of korter geschreven

$$x = c \cdot t \quad (6)$$

Het stelsel  $S$  ziet de totale afstand als  $OP = OO' + O'P$

Het stuk  $O'P$  kan men zich indenken als  $O'P = k \cdot x'$  en het stuk

$$OO' = v \cdot t$$

Laten we hier eventjes bij stilstaan. We hebben hiervoor kunnen aanduiden dat een "lengte in beweging  $L'$ " door een toeschouwer (niet in beweging) de lengte  $L$  waarneemt die kleiner is dan de werkelijke lengte gemeten in het stelsel  $S'$  dat zich met een snelheid beweegt. In stelsel  $S$  is dus  $L = L' \cdot k$  (a)

Dus totaal  $OP = c \cdot t = k \cdot x' + v \cdot t$  ofwel

$$k \cdot x' = (c - v) t \quad (7)$$

In het stelsel  $S'$  wordt de afstand  $O'P$  waargenomen als het verschil van afstanden namelijk

$O'P = OP - O'O$  met  $O'P = x'$  en dus ook  $x' = c \cdot t'$  verder is  $O'O = v \cdot t'$  maar  $OP = c \cdot t'$  zodoende krijgen we

$OP = O'P + O'O$  ofwel  $k \cdot x = c \cdot t' + v \cdot t'$  en dus

$kx = c \cdot t' + v \cdot t'$	(8)
--------------------------------	-----

Formules (7) en (8) formuleren de voornaamste begrippen over relativiteit. Voor degenen die deze formules begrijpen is de rest niets anders dan wat algebraïsche manipulaties.

Laten we ook hier eventjes blijven stilstaan. Vanuit het stelsel  $S'$  (waar de jongen zich bevindt) ziet men het stelsel  $L$  (waar de toeschouwer staat) met een snelheid  $v$  achteruit gaan. Dus vanuit  $S'$  is het precies alsof  $S$  in beweging is (en dat het platform en de jongen stilstaan). Dus vanuit het standpunt van de jongen is de "lengte in beweging  $L'$ " korter dan de "lengte niet in beweging  $L$ " of wel  $L' = L \cdot k$   
(b)

Vermits de snelheid en de stelsels waarover we spreken nog altijd hetzelfde zijn en er in tussentijd geen versnelling is opgetreden, mogen we besluiten dat de  $k$  factor dezelfde is, al zijn de lengtes niet hetzelfde.  $x'$  is zeker korter dan  $x$ , maar de verkorting van de lengte van  $x'$  (in  $S'$ ) =  $k \cdot x'$  in het stelsel  $S$ . Zo ook is het lijnstuk  $x$  gezien vanuit het stelsel  $S'$  gelijk aan  $x$  (in  $S$ ) =  $kx'$ .

Wanneer ik (a) en (b) met elkaar vergelijk kom ik op het eerste gezicht een zeer raar verschijnsel tegen, namelijk

$L = L' \cdot k$  zoals in (a)      en

$L' = L \cdot k$  zoals in (b) Zoiets is alleen maar mogelijk als  $k = 1$ .

Maar bedenkt dat  $L = L' \cdot k$  alleen maar geldig is vanuit het stelsel  $S$ . En dat  $L' = L \cdot k$  alleen maar geldig is gezien vanuit het standpunt van  $S'$ . De uitspraken zijn alleen geldig als ik me ofwel in het stelsel  $S$  bevind ofwel in het stelsel  $S'$ .

Speciaal heb ik hier wat langer blijven stilstaan, want dit inzicht vergaren is niet eenvoudig, en het kost tijd en veel moeite om wat er hier gebeurt te begrijpen. Maar eens dat men er mee akkoord is en kan aanvaarden dat wat hier gezegd wordt juist schijnt te zijn dan is de rest niets anders dan wat algebra.

Elimineren van  $x$  en  $x'$  gebeurt door (5) in (7) te brengen en (6) in (8)

(5)  $\rightarrow$  (7)       $k \cdot c \cdot t' = (c - v) t$       (9)



$$(6) \rightarrow (8) \quad k \cdot c \cdot t = (c + v) t' \quad (10)$$

Elimineren van  $t$  en  $t'$  is eenvoudig door (9) X (10)

$$k^2 \cdot c^2 \cdot t \cdot t' = (c - v)(c + v) t \cdot t' \text{ ofwel } k^2 \cdot c^2 = c^2 - v^2$$

Dit geeft uiteindelijk

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Vullen we deze  $k$  waarde terug in (5) en (6) dan volgt hieruit

in (7)

$$k \cdot x' = (c - v)t$$

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} x' = ct - vt$$

$$x' = \frac{ct - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

in(8)

$$k \cdot x = (c + v)t'$$

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} x = ct' + vt'$$

$$x = \frac{ct' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$x'$  in functie van  $x$  en  $t$  noemt men de Lorentztransformatie daarentegen  $x$  in functie van  $x'$  en  $t'$  noemt men de Inverse-Lorentztransformatie.

Merk wel op het verschil tussen  $x' = (x - v \cdot t) / k$  en  $x = (x' + v \cdot t') / k$ .

Laten we dit nu eens toepassen op een stroom-voerende draad met lengte  $L$ . Noteer dat de lengte  $L$  kan gelijk welke afmeting hebben. Hetgeen zich afspeelt op een draad met lengte 1m kan evengoed gebeuren op een stukje draad van 1 mm.

Vermits  $Q = n \cdot q \cdot S \cdot L$ , met  $n$  het aantal elektronen per  $m^3$ ,  $q$  de lading van een elektron en  $S$  de dwarsdoorsnede van de draad, zien we als om de een of andere reden  $L$  in waarde verandert ook  $Q$  met dezelfde evenredigheid verandert. Immers in een stukje stroomdraad veronderstellen we dat  $n \cdot q \cdot S$  niet veranderen.

Vermits  $Q = I.t$  en  $t = L/v_d$  is  $Q = I.L/v_d$ . Indien we de stroom constant houden ( met een stroombron) zal ook de driftsnelheid  $v_d$  constant zijn en hangt  $Q$  alleen evenredig af van  $L$ .

Men zou dus heel dat stukje draad kunnen bekijken alsof de draad beweegt met een snelheid  $v_d$  waarin steeds dezelfde lading (of dezelfde aantal elektronen) zich bevinden.

We stellen ons twee frames of referentie vlakken voor ,een stelsel  $S$  waar wij als normale waarnemer staan, dus onze wereld waarin we een stuk draad op afstand zien waarin elektronen zich bewegen, en een ander stelsel  $S'$  dat meebeweegt met de elektronen, dus met een driftsnelheid  $v_d$  (om het algemeen te houden en gemakkelijker om te schrijven, zal ik van nu af aan  $v$  schrijven in plaats van  $v_d$  ). Dit alles is zoals aangeduid in **fig. 1** .

De moeilijkheid is dat wij als waarnemer naar een stukje draad staan te kijken, maar omdat er beweging in zit kunnen we niet de juiste lengte  $L_o$  zien. Maar als de elektronen stilstaan, wat we doen door met de elektronen mee te bewegen, dus in het stelsel  $S'$  kennen we dus de juiste afstand  $L_o$  . Deze afstand is nu juist de Lorentz getransformeerde lengte  $L'$  .

Toepassing van deze formules geeft ons;

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L' = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ofwel  $L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L_b$  (11)

$$L' k = L_b$$

Vermits  $k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  steeds kleiner is dan 1 zal dus de lengte  $L$  in het stelsel  $S$ , dus in de werkelijke wereld waarin we de draad waarnemen kleiner zijn.

We hebben nu wel bepaald de lengte  $L'$  , maar deze is gedefinieerd in het stelsel  $S'$  . Maar graag zou ik willen weten hoe groot deze waarde is in het  $S$  frame, waar ik als waarnemer sta.

Daarvoor gebruiken we de Lorentz formules met  $x$  in functie van  $x'$  .

$$x_1 = \frac{x'_1 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x_2 = \frac{x'_2 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L_s = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{ofwel } L_s \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L' \quad (12)$$

$$L_s \cdot k = L'$$

Noteer dat  $vt$  en  $vt'$  precies tegen over elkaar wegvallen, maar dit komt omdat we aangenomen hebben dat de snelheid van de lengtes even snel waren, namelijk  $v$ . Indien ik de twee lijnstukken met een verschillende snelheid zo laten bewegen en dan nog in een verschillende richting, dan worden de formules wel iets ingewikkelder. Hier kom ik op terug als we de aantrekkingskracht bestuderen tussen een stroom-voerende draad en een kompas. Maar voor het bepalen van een inductantie hebben we juist dat de stroom door de draad steeds dezelfde is, of anders gezegd de snelheid  $v_d$  van de elektronen dezelfde is, en dat de ringen van een spoel als het ware parallel naast elkaar liggen.

Laten we eens proberen de lengte te bepalen in dat stuk draad  $L_b$  waarin elektronen zich bewegen en dat vergelijken met de lengte  $L_s$  een stukje draad waar geen stroom doorvloeit.

$$L_s - L_b = \frac{L'}{k} - L'k$$

$$\Delta L = L' \left( \frac{1}{k} - k \right)$$

$$\Delta L = \frac{L'}{k} (1 - k^2) \quad (13)$$

$$\Delta L = L_s \left( 1 - 1 + \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$\Delta L = L_s \frac{v^2}{c^2}$$

Met toepassing van de formules gevonden met de Lorenztransformatie kunnen we dus zeggen dat het verschil in lengte  $\Delta L$  dat waargenomen wordt uitsluitend doordat de elektronen in beweging zijn gelijk is aan de totale lengte van de stroom-voerende draad  $L$  vermenigvuldigt met  $v^2/c^2$ .

Zo ook zal dit een  $\Delta Q = n \cdot e \cdot S \cdot \Delta L$  veroorzaken welke gelijk is aan:

$$n \cdot e \cdot S \cdot L \cdot v^2 / c^2 = Q \cdot v^2 / c^2.$$

Noteer dat het aantal protonen en elektronen in het stukje stroom-voerende draad nog altijd hetzelfde is. Er zijn nog altijd evenveel elektronen als protonen (buiten een kleine spanning die we over de draad met zeer kleine weerstand nodig hebben om de elektronen te doen bewegen). Vergelijk dit met een grote buis met water die twee communicerende vaten verbindt. Zolang er geen watersverschil bestaat tussen de vaten zal er geen enkele druppel zich verplaatsen van het ene vat naar het andere, ook al is de buis geweldig groot. Maar eens er een watersverschil bestaat zullen de waterdruppels bewegen maar er komen evenveel waterdruppels bij in de buis als er buiten gaan. Het aantal druppels in de buis is gelijk gebleven.

### 1.3 De fysische betekenis van een spoel

Tot hertoe de wiskundige benadering, maar hoe kunnen we ons dat fysisch voorstellen. Laten we daarom eens nagaan wat er gebeurt tussen twee stukken draad die parallel dicht naast elkaar liggen.

In ieder stuk draad zijn er evenveel vrije elektronen als er protonen. Er is dus evenveel negatieve lading ( $-Q$ ) veroorzaakt door de som van alle vrije elektronen als positieve lading ( $+Q$ ) veroorzaakt door de protonen waarvan hun uiterste schil niet volledig bezet is met elektronen. Deze twee ladingen neutraliseren zich met elkaar zodat voor een toeschouwer de draad overkomt als volledig zonder lading. Dus de twee parallel draden trekken elkaar niet aan maar blijven rustig naast elkaar liggen.

Laten we nu door iedere draad een stroom ( $I$ ) vloeien, in *dezelfde richting*.

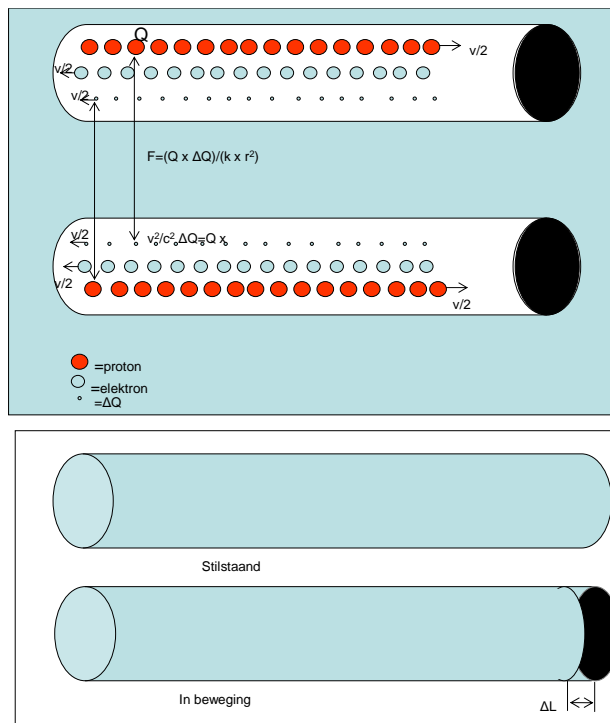


fig. 3

Er zal dus een extra kracht  $F$  optreden welke volgens de enige dogmatische formule die we aangenomen

hebben gelijk is aan  $F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$

Hierin is  $Q$  de totale lading van de protonen in de draad of anders gezegd  $Q = I \cdot t = n \cdot e \cdot S \cdot L$

En  $\Delta Q = Q \cdot v^2 / c^2$  is de extra negatieve lading gezien van de draad met de protonen naar de andere draad, waarin  $v = v_d$  de driftsnelheid deze is ook gelijk aan  $v_d = L / t$  met hierin  $L$  de totale lengte van de draad.  $d$  daarentegen is de afstand tussen de twee parallel liggende draden.

Hoe moeten we deze extra  $\Delta Q$  voorstellen ?

Deze extra lading is een elektronen lading ( en dus een negatieve lading) natuurlijk evenredig verdeeld over de gehele lengte van de draad en is dus de beschouwen als extra elektronen maar met een lading  $Q \cdot v^2 / c^2$  die er voor zorgen dat er in de draad een extra negatieve lading  $\Delta Q$  ontstaat.

Beide ladingen trekken elkaar aan volgens de gekende formule.

We kunnen dus het volgende afleiden:

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q \cdot Q \cdot \frac{v^2}{c^2}}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$\frac{F}{Q} = \frac{I t \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2 \cdot c^2} \tag{14}$$

$$\frac{F}{Q} = \frac{I t \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2 \cdot c^2 \cdot t^2}$$

$$\frac{F \cdot d}{Q} = \frac{I \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d \cdot c^2 \cdot t}$$

Uit de fysica weten we dat  $\mu \cdot \epsilon = 1 / c^2$  of  $\mu = 1 / \epsilon \cdot c^2$

En de definitie van spanning over de spoel is  $V = \frac{F \cdot d}{Q}$

Dit ingevuld geeft:

$$V = \frac{I}{t} \cdot \frac{\mu \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

Dus de spanning veroorzaakt over twee parallel lopende draden is recht evenredig met het soort materiaal tussen de draden ( $\mu$ ) en de totale lengte van de draad in het kwadraat ( $L^2$ ) en omgekeerd evenredig met de afstand ( $d$ ) tussen de draden en een constante factor ( $4 \cdot \pi$ ).

Veronderstel nu eens dat we de twee draden ombuigen tot een ring en als hierboven allebei aansluiten op een stroombron in dezelfde richting, zoals te zien in **Fout! Verwijzingsbron niet gevonden..** De formules die we gevonden hebben voor parallel lopende draden blijven gelden. Immers de draden blijven gelijk lopen en de krachten tussen de draden zullen hetzelfde blijven.  $L$  kan nu uitgedrukt worden in functie van de straal ofwel  $L = 2 \cdot \pi \cdot r$ . We kunnen nog een stap verder gaan en het uiteinde van de ene draad aan het begin van de andere draad verbinden (immers de stroom door beide draden is toch dezelfde) En de totale lengte van de draad wordt nu  $L = 2 \times 2 \cdot \pi \cdot r$ . We kunnen dit uitbreiden tot  $N$  ringen naast elkaar zodat we een solenoïde bekomen, maar nu wordt  $L = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$ .

Vullen we dit nu in in onze gevonden formule dan bekomen we

$$V = \frac{I}{t} \cdot \frac{\mu \cdot L^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

$$V = \frac{I}{t} \cdot \frac{\mu \cdot (N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

Nu zijn  $\frac{\mu \cdot (N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$  allemaal materiaal constanten welke we  $L$  de inductantie van een spoel noemen.

Voor de rest is de spanning ( $V$ ) evenredig met  $I/t$ . We hebben dus de relatie gevonden tussen

$$V = L \frac{I}{t}$$

spanning, stroom en tijd ofwel

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

Waarom schrijf ik deze formule in een differentieel vorm  $V = L \frac{dI}{dt}$

en niet als  $V = L \frac{I}{t}$  ?

Dit is zeer belangrijk. Veronderstel dat  $I$  een constante stroom is, maar  $t$  (de tijd) is nooit een constante en gaat steeds van een bepaald moment  $t_0 = 0$  tot  $t_n, n$  gaande van 0 tot  $\infty$ . Wanneer  $t = 0$  dan wordt

$$V = L \frac{I}{0} = \infty \text{ (wanneer er geen weerstand in rekening wordt gebracht)}$$

Echter wanneer  $t$  een toenemende waarde heeft gaande van 0 tot  $\infty$  dan wordt  $V = L \frac{I}{\infty} = 0$ . Men ziet

dus dat de spanning  $V$  alleen maar een korte tijd kan bestaan als  $I$  een constante waarde heeft. Daarom zal een gelijkstroom nooit in een transformator in de secundaire wikkeling een spanning geven, maar alleen een korte impuls bij het aanschakelen of sluiten van de stroom.

Als daarentegen de stroom steeds verandert gedurende de tijd (bijvoorbeeld bij wisselstroom) zal er in de secundaire wikkeling wel een spanning kunnen opgewekt worden.

Meestal wordt in de formule de inductantie anders geformuleerd.

$$\text{Immers } L = \frac{\mu.L^2}{4.\pi.d} \text{ kan ook anders geschreven worden als men ziet dat } L = N.2.\pi.r$$

$$L^2 = (N.2.\pi.r)^2$$

$$L^2 = N^2.4.\pi^2.r^2$$

Zodat

$$L = \frac{\mu.L^2}{4.\pi.d}$$

$$L = \frac{\mu.N^2.4.\pi^2.r^2}{4.\pi.d}$$

$$L = \frac{\mu.N^2.\pi.r^2}{d}$$

$$L = \frac{\mu.N^2.S}{d}$$

Hieruit blijkt dat de inductantie recht evenredig is met het kwadraat van het aantal windingen en de oppervlakte van de doorsnede ( $S$ ) en omgekeerd evenredig met de lengte over het spoel ( $d$ ).

Voor een ringkern, zie **fig. 4**, wordt  $d$  gelijk aan  $d = 2.\pi.R$  waarin  $R$  de gemiddelde straal van de ringkern voorstelt en dan bekomen we dat  $\mu.N^2.\frac{S}{2.\pi.R} = L$

De meeste fabrikanten van ringkernen maken het nog eenvoudiger en geven per soort ringkern een  $A_L$  welke gelijk is aan  $A_L = \frac{\mu.S}{2.\pi.R}$  zodat  $L = A_L.N^2$ , en het aantal windingen  $N$  dat men moet wikkelen is dan eenvoudig te berekenen.

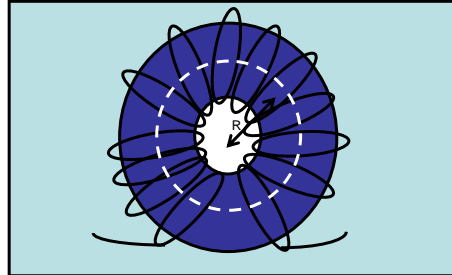


fig. 4

Toch nog even een correctie. Het is namelijk zo dat voor een solenoïde niet alleen de naburige ringen elkaar aantrekken maar ook de verder verwijderde ringen hebben nog een invloed op de eerste ring. Daarentegen alle ringen die in het midden van de solenoïde staan worden evenveel aangetrokken door de ene zijde als de andere zijde. Deze krachten heffen elkaar dus op. Maar dat geldt niet voor de buitenste ringen. De formule tot hertoe gevonden geldt dus alleen maar voor een oneindig lange solenoïde. Maar als de diameter van de ringen groter is dan de lengte van de spoel moeten we een correctie invoeren.

Deze correctie is meestal beter benaderd met een empirische formule, en voor een vrije solinoïde waarin

$\frac{d}{l} < 2.5$ , is deze benaderende formule ongeveer gelijk aan  $L[\mu H] = \frac{\mu \cdot (N \cdot d)^2}{457,2 \cdot d + 1016l}$  hierin is

$d = \text{doormeter}$  en  $l = \text{lengte}$  van de spoel uitgedrukt in  $mm$  en  $\mu = \mu_r \cdot \mu_e$  en gelijk is aan 1 in de vrije natuur, dan wordt  $L$  weergegeven in  $[\mu H]$ .

## 1.4 Voor de liefhebbers van de oude tijd.

### 1.4.1 De Wet van Coulomb

Vooreerst deze opmerking.

Als de draden onafhankelijk van elkaar zijn en doorlopen worden door een andere stroom dan ziet de formule er iets ingewikkelder uit. Voor twee willekeurige ladingen  $Q_1$  en  $Q_2$  die in verschillende richtingen met een snelheid  $v_1$  en  $v_2$  gaan geldt de volgende formule:



$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot (1 - \beta^2) (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 \times \hat{r})}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2 (1 - \beta^2 \cdot \sin^2 \theta)^{3/2}}$$
 hierin is  $\beta = \frac{v}{c}$ . Men ziet als  $v \ll c$  en  $\vartheta = 90^\circ$  de formule zich herleidt tot

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

Een beetje prutsen met wiskundige formules leert ons dat met

$$F = \frac{Q_1 \cdot \Delta Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot v_1 \cdot v_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

en met  $\mu = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2}$  de formule te splitsen is in

$$F = \frac{\mu \cdot \mu \cdot Q_1 \cdot v_1 \cdot Q_2 \cdot v_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

$$F = \frac{\mu \cdot Q_1 \cdot v_1 \times \mu \cdot Q_2 \cdot v_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

noemen we nu  $m_1 = \mu \cdot Q_1 \cdot v_1$  en  $m_2 = \mu \cdot Q_2 \cdot v_2$

dan wordt  $F = \frac{\mu \cdot Q_1 \cdot v_1 \times \mu \cdot Q_2 \cdot v_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$  gelijk aan  $F = \frac{m_1 \times m_2}{\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot d^2}$  [wat een zeer gekende formule is voor de aantrekkingskracht tussen twee magneten.

### 1.4.2 De BLI en Bqv regel en de wet van Biot & Savart

Beginnen we terug met

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

en met  $\mu = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2}$  is de formule ook te splitsen in

$$F = \frac{Q \cdot v \times \mu \cdot Q \cdot v}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

vermits  $Q = I \cdot t$  en  $v = L/t$  volgt

$$F = \frac{Q \cdot v \times \mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \text{ en noemen we } B = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \text{ dan is}$$

$$F = Q \cdot v \times B \text{ of ook } F = I \cdot L \times B \text{ de overbekende BLI regel}$$

$B = \frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$

Noteer dat  $\frac{\mu \cdot I \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$  niets anders is dan de wet van Biot & Savart. Maar probeer nu maar eens op een overzichtelijke manier de dimensies van  $B$  te bepalen, en daarom hou ik niet van deze voorstelling. Ze voelt fysisch niks aan het is een louter wiskundig begrip zoals in een algebraïsche bewerking waarin men om wat eenvoudigere uitdrukkingen te bekomen men een groep bewerkingen gelijk stelt aan een willekeurig gekozen letter.

### 1.4.3 De zelfinductie

Beginnen we terug met

$$F = \frac{Q \cdot \Delta Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$F = \frac{Q \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d^2}$$

Dan is de spanning over 1 ring gelijk aan

$$F \frac{d}{Q} = V_{r1} = \frac{Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d} \text{ en over } N \text{ ringen}$$

$$V = \frac{N \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot c^2 \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot Q \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot t \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot t \cdot l^2}{4 \cdot \pi \cdot t^2 \cdot d} \text{ nu is } l \text{ gelijk aan de volledige lengte ofwel is } l = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \text{ en dus}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot (N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r)^2}{4 \cdot \pi \cdot t \cdot d}$$

$$V = \frac{\mu \cdot N \cdot N \cdot I \cdot \pi \cdot r^2}{t \cdot d} \text{ nu definieert men } B \text{ voor een solenoïde } B_s = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{d} \text{ en } \pi \cdot r^2 = A \text{ dus wordt}$$

$V = \frac{N \cdot B \cdot A}{t} = \frac{N \cdot \Phi}{t} = \frac{N \cdot d\Phi}{dt}$  houdt men hierbij nog rekening dat  $Q$  en  $\Delta Q$  tegengesteld van teken zijn ( $Q$  is de lading van de protonen en  $\Delta Q$  van de elektronen ) dan bekomen we de fameuze formule

$$V = - \frac{N \cdot d\Phi}{dt}$$

En dat wordt dan wel in school geleerd zonder de volledige uitleg te geven.

## 1.5 Besluit

Mijn visie hierop is als volgt samen te vatten.

Maxwell, Faraday, Oersted, Weber Biot en Savart en diensmeer zijn allemaal geleerden die geleefd hebben vooraleer de relativiteitstheorie van Einstein was gepubliceerd. Zelfs Maxwell was al tot de conclusie gekomen dat  $\mu \cdot \epsilon = \frac{1}{c^2}$  en dat we dus geen twee onafhankelijke constanten nodig hadden.

Het is mijn vaste overtuiging dat vooraleer men de relativiteitstheorie kende men genoodzaakt was, om de opgedane experimenten uit te leggen, een veldtheorie moest opbouwen, waarin het begrip "ether" een belangrijke rol in speelde, dat men kan voorstellen als een strak gespannen vlies (in twee dimensies) dat op en neer kan bewegen en dus de op en neergaande krachten ergens in het veld kan doen door rimpelen op een afstand van de bron. Maar sedert Einstein bewezen heeft dat magnetisme niets te maken heeft met het een of ander veld, maar uitsluitend met de relativiteit tussen het ene stelsel dat zich beweegt, en het andere dat stilstaat, is heel de veldtheorie waardeloos geworden. En toch blijft men in het onderwijs de zaken op zijn kop zetten. Men begint ons vol te proppen met een overbodige theorie van voor de tijd van Einstein om daarna als een aanhangsel te gaan verifiëren dat  $F = q(E + B \cdot v)$  met de relativiteitstheorie in overeenstemming is!. Het is al meer dan genoeg dat we Volt, Ampère en Ohm hebben ingevoerd, zodat we ons zo min mogelijk moeten bezig houden met Tesla, Oersted, Henry, Weber, Elektrische en Magnetische velden en diens meer.

Maar als je zin hebt mag je steeds iedere keer je  $F/q$  tegenkomt  $E$  schrijven want  $F/q = E$  zo ook is  $F/m = H$  en  $B = \mu \cdot H$  en tenslotte  $B \cdot A = \Phi$ . Het invullen van de bijbehorende dimensies laat ik aan de liefhebbers over. Maar de grootste fout die hier steeds gemaakt wordt, is dat men appelen met citroenen optelt omdat geen leerling niet meer kan volgen met welk fruit hij bezig is.

De hierboven neergeschreven oplossing voor het vinden van de relatie tussen Inductantie en spanning, stroom en tijd is volgens mij rechtuit rechtdoor vanuit de theorie van Einstein. Eenvoudig en duidelijk.

En toch begint ieder boek over magnetisme met de introductie van het magnetisch veld, dat dus niets vertelt, tenzij dat het punten verbindt waar de kracht op eenzelfde magneet in absolute waarde hetzelfde is.

Jan Spaenjers